PART2　連立不等式

例題

2 つの 2 次方程式 $x^2-x+a=0$，$x^2+2ax-3a+4=0$ について，次の条件を満たす a の値の範囲を求めよ。

(1)　ともに異なる 2 つの実数解をもつ　(2)　少なくとも一方が異なる 2 つの実数解をもつ

Point Pickup

練習

2 つの 2 次方程式 $x^2+(a+1)x-1+a^2=0$，$x^2-(1-a)x+(a+1)^2=0$ について，次の条件を満たす a の値の範囲を求めよ。

(1)　ともに実数解をもつ

(2)　一方のみが実数解をもつ

第 8 講　PART2　確認問題

2 つの 2 次方程式 $x^2+(a+5)x+3+a^2=0$ と

$x^2-(3-a)x+(a+1)^2=0$ について，次の条件を満たす a の値の

範囲を求めよ。

1　ともに実数解をもつような a の値の範囲を求めよ。

$$\boxed{\text{アイ}} \leqq a \leqq \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$$

2　一方のみが実数解をもつような a の値の範囲を求めよ。

$$\boxed{\text{オカ}} \leqq a < \boxed{\text{キク}},\ \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}} < a \leqq \frac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{ス}}}$$

PART2　連立不等式

例題

2 つの 2 次方程式 $x^2-x+a=0$，$x^2+2ax-3a+4=0$ について，次の条件を満たす a の値の範囲を求めよ。

(1)　ともに異なる 2 つの実数解をもつ　(2)　少なくとも一方が異なる 2 つの実数解をもつ

$x^2-x+a=0$ ……①　$x^2+2ax-3a+4=0$ ……②の判別式をそれぞれ D_1，D_2 とすると

$$D_1=1-4a$$

$$\frac{D_2}{4}=a^2-1\cdot(-3a+4)=a^2+3a-4=(a+4)(a-1)$$

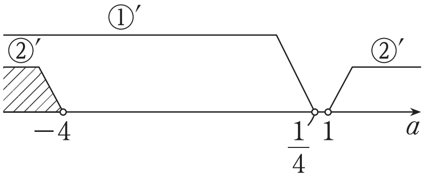
(1)　①，②がともに異なる 2 つの実数解をもつ条件は $D_1>0$ かつ $D_2>0$

$D_1>0$ より $1-4a>0$　$a<\frac{1}{4}$ ……①′

$D_2>0$ より $(a+4)(a-1)>0$　$a<-4$，$1<a$ ……②′

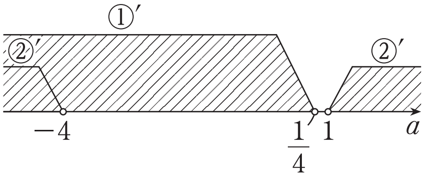
①′ と ②′ の共通範囲を求めて

$a<-4$



(2)　①，②の少なくとも一方が異なる 2 つの実数解をもつ条件は $D_1>0$ または $D_2>0$

①′ と ②′ の範囲を合わせて　$a<\frac{1}{4}$，$1<a$



練習

2 つの 2 次方程式 $x^2+(a+1)x-1+a^2=0$，$x^2-(1-a)x+(a+1)^2=0$ について，次の条件を満たす a の値の範囲を求めよ。

(1)　ともに実数解をもつ　(2)　一方のみが実数解をもつ

$x^2+(a+1)x-1+a^2=0$ ……①　$x^2-(1-a)x+(a+1)^2=0$ ……②の判別式をそれぞれ D_1，D_2 とすると

$$D_1=(a+1)^2-4\cdot1\cdot(-1+a^2)=-3a^2+2a+5=-(3a-5)(a+1)$$

$$D_2=\{-(1-a)\}^2-4\cdot1\cdot(a+1)^2=-3a^2-10a-3=-(3a+1)(a+3)$$

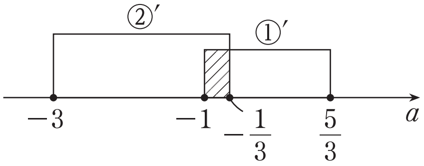
(1)　①，②がともに実数解をもつ条件は $D_1 \geqq 0$ かつ $D_2 \geqq 0$

$D_1 \geqq 0$ より $-(3a-5)(a+1) \geqq 0$　　$(3a-5)(a+1) \leqq 0$　　$-1 \leqq a \leqq \dfrac{5}{3}$　……①′

$D_2 \geqq 0$ より $-(3a+1)(a+3) \geqq 0$　　$(3a+1)(a+3) \leqq 0$　　$-3 \leqq a \leqq -\dfrac{1}{3}$　……②′

①′ と ②′ の共通範囲を求めて

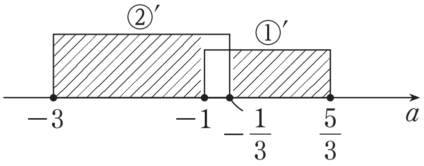
$$-1 \leqq a \leqq -\frac{1}{3}$$



(2)　①，②の一方のみが実数解をもつ条件は $D_1 \geqq 0$ か $D_2 \geqq 0$ のいずれか一方のみが成り立つときである。

よって，①′ と ②′ のいずれか一方のみが成り立つ範囲を求めて

$$-3 \leqq a < -1,\ -\frac{1}{3} < a \leqq \frac{5}{3}$$



第 8 講　PART2　確認問題 解答

1

[正解] アイ：－1，ウ：1，エ：3

[解説]

$x^2+(a+5)x+3+a^2=0$　……①

$x^2-(3-a)x+(a+1)^2=0$　……②

について，①，②の判別式をそれぞれ D_1，D_2 とすると

$$D_1=(a+5)^2-4\cdot1\cdot(3+a^2)$$

$$=-3a^2+10a+13$$

$$D_2=\{-(3-a)\}^2-4\cdot1\cdot(a+1)^2$$

$$=-3a^2-14a+5$$

①，②がともに実数解をもつ条件は，

$D_1\geqq0$　かつ　$D_2\geqq0$　のときである。

$D_1\geqq0$　より

$$-3a^2+10a+13\geqq0\qquad 3a^2-10a-13\leqq0$$

$$(3a-13)(a+1)\leqq0$$

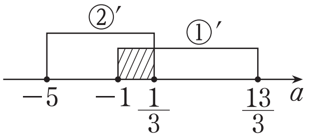
よって　$-1\leqq a\leqq\dfrac{13}{3}$　……①′

$D_2\geqq0$　より

$$-3a^2-14a+5\geqq0\qquad 3a^2+14a-5\leqq0$$

$$(3a-1)(a+5)\leqq0$$

よって　$-5\leqq a\leqq\dfrac{1}{3}$　……②′



[A]

[A]　2つの不等式を解き，その解を数直線上に図示する。

①′ と ②′ の共通範囲を求めて　$\boldsymbol{-1\leqq a\leqq\dfrac{1}{3}}$

2 **[正解]** **オカ**：-5，**キク**：-1，**ケ**：1，**コ**：3

サシ：13，**ス**：3

[解説]

$x^2+(a+5)x+3+a^2=0$　……①

$x^2-(3-a)x+(a+1)^2=0$　……②

について，①，②の判別式をそれぞれ D_1，D_2 とすると

$$D_1=(a+5)^2-4\cdot1\cdot(3+a^2)$$
$$=-3a^2+10a+13$$
$$D_2=\{-(3-a)\}^2-4\cdot1\cdot(a+1)^2$$
$$=-3a^2-14a+5$$

①，②の一方のみが実数解をもつ条件は

$D_1\geqq0$　か　$D_2\geqq0$　のいずれか一方のみが成り立つときである。

$D_1\geqq0$　より

$$-3a^2+10a+13\geqq0 \qquad 3a^2-10a-13\leqq0$$
$$(3a-13)(a+1)\leqq0$$

よって　$-1\leqq a\leqq\dfrac{13}{3}$　……①′

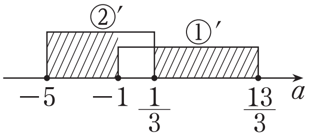
$D_2\geqq0$　より

$$-3a^2-14a+5\geqq0 \qquad 3a^2+14a-5\leqq0$$
$$(3a-1)(a+5)\leqq0$$

よって　$-5\leqq a\leqq\dfrac{1}{3}$　……②′

①′ と ②′ のいずれか一方のみが成り立つ範囲を求めて

$$\boldsymbol{-5\leqq a<-1,\ \frac{1}{3}<a\leqq\frac{13}{3}}$$ [B]



[B]　２つの不等式を解き，その解を数直線上に図示する。